

大阪商業大学学術情報リポジトリ

パズルと教育の接点の検討

メタデータ	言語: ja 出版者: 大阪商業大学アミューズメント産業研究所 公開日: 2014-12-13 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 濱中, 裕明, HAMANAKA, Hiroaki メールアドレス: 所属:
URL	https://ouc.repo.nii.ac.jp/records/16

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



パズルと教育の接点の検討

濱 中 裕 明

1. パズルと教育の接点とは

このたびの大阪商業大学の研究プロジェクトでは、パズルと教育について研究を行っているという。筆者自身、職業的ではないものの個人的にパズルにずいぶん関わってきたが、今回はむしろ教育大学に籍をおくものとして、教育との接点が本稿に課せられた題目と理解している。パズルと教育の接点について考え始める前に、いくつか論点を整理しておこう。

まず、パズルとは何か。パズルの分類論は結構なされてきている。おそらく本プロジェクトでは別稿で十分な議論がなされているだろうと思うので、今回は素朴にパズルに対する楽しげな印象を心に留め置くことにとどめて、パズルとはなんなのだろうかという議論はひとまず脇に置いておこう。

では、接点を探るもう一方の対象である教育とは何か？教育という言葉の上に付く言葉は多い。学校教育、理数教育、生涯教育、情操教育、幼児教育、等々。教育との接点というときに、こういった教育の話をするのかを絞らなければ、話題は発散してしまうであろう。例えば漢字を題材にしたパズルなども存在するわけで、国語教育との接点もまた存在するであろうし、幼児向けパズルを用いて幼児教育や情操教育との接点を考えることも可能かもしれないが、筆者自身が数学科内容学・数学教育学を専門としているということもあって、今回ここでは教育の分野・内容を「算数・数学教育」に絞らせて話をさせていただきたい¹⁾。また、数学教育といっても、幼児教育から生涯教育まで、教育の対象者によって幅広いかもしいが、ここでは初等・中等教育に限定して考えていくこととしよう。

「パズルと数学教育の接点」という話題に絞られたところで、数学教育にパズルを導入する目的について考えてみよう。そのためには、数学教育の目指す目標が必要だ

う。数学という教科に限らず、教育の目標としては次の3つ、実用的目標、文化的目標、陶冶的目標が挙げられることが多い²⁾。このうちの実用的目標、文化的目標は比較的、算数・数学の内容そのもの、いわゆるテストなどで見られる「学力」の育成に近い。一方で陶冶的目標は、人間としての精神の啓発などに関わることで、例えば何らかの知的能力など表面的に測りにくい部分も含めたものである。パズルを導入する価値を考える場合においても、そのような2つに分類して考えることが出来るだろう。

1つは、数学の学習そのものにパズルが役に立つ、という視点である。実際、そういうことがあるかどうかは後に論ずることとして、例えば、ある種のパズルを解くことによって、特定の単元の数学の内容について理解が深まるといった効果があれば、この視点に当てはまる。

もう1つは、数学の学習において目指していた陶冶的な教育効果をパズルで代用できる、という視点である。例えば、販売されているパズル玩具の中には「思考力をはぐくむ」、あるいは「論理力がつく」などといったキャッチフレーズが付されていることが多い。そうした、思考力・論理力といった力が、数学教育の目標の一つであるとして、また実際に当該のパズルにそういう力の育成効果があるとすれば、そうした力の育成を数学ではなくパズルで代用できるという意味で、数学教育にパズルを導入するという1つの視点になるかもしれない。

しかしながら、上述の2番目の視点については、仮にそういう効果があるとしても、その目指している「思考力」「論理力」といった力が、具体的にどのようなものなのかが曖昧なままになりがちで、逆に「思考力」というものが何かを考えるだけでも困難であろうし、それを普遍的に数値化する適当な術もない。そこでこの稿では、数学の学習そのものにパズルを役立てるという視点で、その可能性を検討してみることにする。

2. ネガティブな視点

検討してみるとはといったものの、実は当初にこの題目を頂いたときには、パズルと教育の接点については、かなり懐疑的であった。そこでひとまず、先にパズルが教育に役立つのかという問題について、懐疑的な視点で論を進めてみようと思う。そこに見出される問題点から、逆に改善の糸口を見出そうというわけである。

パズルと教育の接点の検討

まず、自分自身パズルと関わる人が多いので、身の回りにパズル業界の専門家、関係者は多い。しかし、パズルに関して専門家であっても、いわゆる体系的な数学とは無縁な人の方が多いのではないか。パズル関係者の中には、パズルコレクターを除けば、問題を解くのが得意なパズルソルバー、問題を考えるのが得意なパズルプロバイダーという立場の人々があり、それぞれに数学に関係しそうな能力を携えているようにみえるが、その実、数学は苦手という人も多い。もちろん、パズル関係者の中に数学が苦手な人がいるというだけでは何の根拠にもならず、数学が得意な人もいるだろう。ただ、逆に言えば、そこからパズルを教育に活かす際の注意すべき点が見えてくるのではないかと、とも思う。

例えば最近よく数学教育で聞かれる用語に「活用」という言葉がある。2008年3月に告示された学習指導要領では、「確かな学力」を目指した学習の段階として「習得」「活用」「探究」という3つが提示された。そのなかでも「活用」は重要な1ステップである。いわゆる基礎的基本的な知識技能を習得したうえで、その知識技能を生活の場面や他の単元・教科での学習の場面で「活用」できるかどうか重視されている。以前、所属する大学の附属中学校の授業を見学していた際、次のような場面があった。その授業場面のなかで、ある展開図を算出することが求められていたが、ある班の生徒2人が悩んでいたのである。彼らに話を聞くと、 $(1 + \sqrt{2})^2$ が計算できないと言う。しかしながら、彼ら生徒は平方根も習っているし、 $(x + y)^2$ という式の展開方法も既習である。彼らに向かって、 $(x + y)^2$ の展開式で、 $x = 1$ 、 $y = \sqrt{2}$ と代入して計算すればいいのでは、とアドバイスしたところ、そんなことをしていいのですか、と聞き返してきた。どうやら、 $(x + y)^2$ の展開を単なる記号の変換と彼らが認識していたことから、その既習事項を $(1 + \sqrt{2})^2$ の計算に活用できなかったと推測される。このように関連する知識技能をもっている、別の場面で活用できないという事例は多い。パズルで育まれる数学に関わる能力も、それがパズルと関連付けられたときのみ発揮され、数学の問題に活用できないという事態も起こり得るだろう。例えば、いわゆるペンシルパズル（もしくはペンシル&ペーパーパズル³⁾）と呼ばれるパズルのなかでは、背理法による推論が多用されるが、そこでは背理法が使えても数学の証明問題になると背理法が使えないということは起こり得ることであって、むしろ自然ではないかと思う。逆に言えば、パズルを数学に活用する際には、パズルを題材としながらも、パズル以外の題材との関連付けもまた配慮し、パズルのなかだけで内容が閉じてしまわないようにすることが重要

ではないかと考える。

もうひとつパズルを教育の題材とするとき懸念すべき点がある。パズルが、現在の社会において、娯楽としての商品であることを考えれば、当然のことであるが、パズルの文化のなかには、解が見つかりさえすればよく、方法は問わないという思想がややあるのではないかと思う。娯楽として重要なのは、答えを希求するように促すシチュエーションと、答えが見つかったときに直ちにそれと分かるような気持ちよさだからである。多くの問題をこなす場合には、解に至る方法を工夫した方がいいと判断することも妥当であるが、一つの問題に限れば考察よりもむしろ、とりあえず「手を動かして」考えてみたくなるパズルも多いだろう。また、問題によっては数学というよりも、工学的な発想が有効な場合も多い。問題を解くアルゴリズムを考える際、解が見つかりさえするならば、途中の論理に多少の飛躍があっても、効率的な探索法だという見方が有効な場合もあるだろう。パズルを解く際の思考を数学的に価値があるものとするには、パズルを教育で扱う際、そこから、背景にある理論や、解に至る経緯・考え方そのものへの興味に繋がるように教育の場面での扱い方には工夫する必要がある。

最後の懸念は言語活動の欠如である。たとえば、ペンシルパズルは、これを解く際に比較的厳密な論理展開を要求され、その内容は数学の中の証明を考える際に必要となる論理的思考と近いものがある。しかしながら、その答えに至る途中経過の論理的思考を記述するのが困難で、思考の経過が残りにくい。実際、ペンシルパズルを解いていて、途中経過に矛盾が発生するといういわゆる「破綻」した場合には、いったんすべての途中経過を消して、最初からやり直す場合がほとんどだろう。また、ペンシルパズルを例に言えば、パズルを解く際には一人で解く場合が多いのではないか。そして、解けた場合には解きっぱなしになりがちである。そこで、パズルを扱う際には、複数の学習者が共同でパズルを解くなどして、その際にパズルを解く思考を記述するような言語活動をもっと取り入れるべきではないかと考える。

上記で考えてきた懸念事項を列挙すると次のようになる。

- パズルの文脈だけで閉じずに、パズル以外の題材とも関連付ける必要がある。
- パズルを、背景となる理論と関連付けたり、解に至る経緯・考察そのものに着目させたりする必要がある。
- パズルを一人で解くだけでなく、協同して解いたり、言語活動を取り入れたりするとよいのではないか。

こうして注意すべき点を挙げてみると、何やらパズルらしさが減少してきている気もする。そもそもパズルらしさとは何だろうか。パズルのいい意味でのパズルらしさとは、娯楽性に尽きるだろう。そこに思考が必要であるにも関わらず、思考そのものに娯楽性が含有されているところにパズルの良さがある。しかし、パズルは娯楽性があるがゆえに、アトラクティブであり、直観的である必要があるのだろう。一瞥して複雑なものの、知識がないと扱えないようなものはアトラクティブとは言えまい。そして直観的であるがゆえに、パズルを解いたときに、正解かどうか分かりやすいものでなければならず、それは解ければいいという文化に適合的である。また、直観的であることから、言語的ではなく、正解に至る経緯を説明したりすることを重要視しない文化と適合的なわけである。そこに、パズルと教育の接点を探る際の乗り越えるべき不整合があるのではないかと考えた。

3. ポジティブな視点

前節では懸念事項ばかりを述べたが、しかしながら、パズルという活動題材がもつ「思考のアトラクティブ性」は大変すばらしいことでもある。また、ある種のパズルにはそれ自体に数学の題材が不可分に内包されているものもある。例えば、ルービックキューブがいい例だろう。ルービックキューブ自体、相当に魅力的なメカニカルパズルであるが、その数理は群論という代数学の一分野と密接な関係がある。それによって、抽象的になりがちな高等数学の理論を具体的な対象を使って説明することができるようになるし、ルービックキューブのもつ活動の誘発性は一方的な講義からの脱却の契機となり得るだろう。これは高等数学における例であるが、初等・中等教育に関わる数学教材の開発研究のなかにも、パズルに近い要素を取り入れた事例はいくつかある。ここでは、そういった数学教育での開発研究をいくつか紹介したい。

- 本質的学習場

スモールステップ方式で機械論的に細分化された教材を一つ一つ子どもに提示するという方式（これは実際日本でよく行われている方法でもある）では、個々の知識や技能を身に着けやすいという特性がある一方で、やっていることに目的意識を持ちにくく、子どもらが受動的になりやすいことも指摘される。本質的学習場という数学教育の概念

パズルと教育の接点の検討

材は設計されている。なぜなら、左のフォーマットから順に、最下段の数が、15と5と19、15と6と19、15と7と19と規則的に変化しており、これらの場合に実際の「数の石垣」を計算すると、最上段の数が44、46、48となることから2ずつ増えていくことが予想できるからである。数学的シチュエーションに子どもをおき、自ら予想をたてさせることで、自然に探究につなげようという意図がこの教材には含有されている。さらに、問題は次の図3のように発展していく。

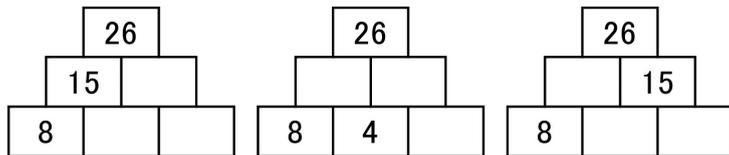


図3 「数の石垣」の問題例（差・混合）

図3の問題では、こんどは引き算になったり、また引き算と足し算の混合になったりする。さらに発展させて最終段階では次のような問題が提示される。

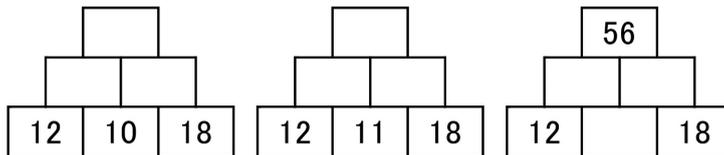


図4 「数の石垣」の問題例（難）

図4の右側の問題を見て、子どもらは一瞬たじろぐ。足し算や引き算で直接に四角に入る数を求めることができないからである。しかし、従前に図2のような問題を解いていることが生きてくる。図4の3つの問題を見ると下段の左右の数はすべて等しい。図2の問題のときに数の変化の規則が発見されていれば、図4の問題においても、同様の変化の規則を予想し考えることができるのである。実践において、子どもらはその発見を大いに楽しむという⁵⁾。このように数の石垣は、シンプルなルールで枠を埋めていくという点や、解き筋が複数あり、その解く過程に発見があるという点では、ペンシルパズルに通じるものがある。一方で、問題を解くための試行錯誤が、計算練習という意味ももちながら、同時にそのまま探究活動に繋がるようにうまく設計されており、パズルを教材化することについての示唆を多く含むように思う。

● 類似探求授業

類似探求授業は、算数・数学における対象の類似性に注目させることによって、算数・数学における諸概念を生徒・児童が自ら構成することを促すもので、崎谷眞也らによって開発された⁶⁾。この授業の大まかな流れを、一つの授業例によって以下に示す。

まず、教師は元となる算数的対象を子どもらに「提示」する。たとえば、「今日は、似ているかな、似ていないかな、の授業をします。これがもとになる三角形です。」と、二等辺三角形が描かれた紙を提示する。

次に、「これは似ている三角形です。これは似ていない三角形ですよ。」と、二等辺三角形、と二等辺三角形でない三角形の用紙を1枚ずつ「例示」する。

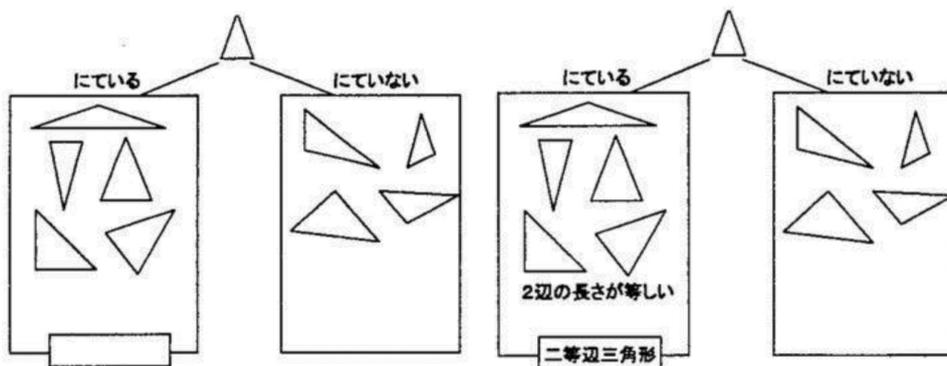


図5 類似探求授業「分類」⁷⁾

図6 類似探求授業「共有」⁸⁾

その後、様々な三角形を子どもらに見せては、「これは似ているかな、似ていないかな。」と、子どもらに「分類」の試行錯誤を促し、実際に「似ている(二等辺三角形)」か「似ていない(二等辺三角形でない)」かによって、グループ分けしていく。時には、二等辺三角形に見えるが、計測すると微妙に長さが違う三角形などをおりませ、子どもらによって、知覚的類似性ではなく、数学的な類似性の概念が発見・構成されることを促す。

最後に、子どもらが自分の中に構成した類似性の検証を行い、概念(二等辺三角形)に名称をつけて、共有していく。

「あるなしクイズ」というクイズがある。出題者が次々に言葉を提示しては、ある共通する性質を持つ言葉は左側に、その性質を持たない言葉は右側に列記していき、回答者がその共通する性質を当てるといものだが、これは、クイズというよりもひらめき

に依存するという意味ではパズルに近い。「あるなしクイズ」という名称は、パズル作家の芦ヶ原伸之によるものであるが、上記の類似探求授業のなかで行われる発問は、算数・数学の概念をもちいた「あるなしクイズ」といえる。「あるなしクイズ」そのものは、テレビ番組で取り上げられ広く流行したことから分かるように遊戯性・娯楽性が高い。類似探求授業は、その面白さを極めて巧妙に算数の授業に生かしていると言えるだろう。実際、単に興味を引き出すというだけでなく、「あるなしクイズ」における類似性の探求を、数学概念の構成へとうまく昇華させている。このように、パズルを解決する際の思考の特性を適切にとらえ、それを数学の学習における思考にうまく活用させるのも、パズルを教育に活かす一つの手法といえるだろう。

4. パズルと数学教育

パズル的な教材を数学教育に活かした例を挙げてきたが、ここで再び、「パズルらしさ」とは何か考えてみよう。例えば、数学はパズルらしいのだろうか。実際、漢字パズルというものはあるものの、それを除けば、数学以外の教科と関わるパズルは希少なのではないだろうか。数学の研究者のなかには、数学自体をパズルだと思っている者がいても不自然ではないと思う。

パズルらしさとは、結局、「考えることが楽しい」と思えることだと思う。パズルが本質的に、思考を必要とするものであり、かつその思考が楽しいと思えるものだからだ。一方、数学もまた、思考を必要とするものである。そして、数学の思考そのものが楽しいと思える、つまり、学習に対する内発的動機付けを高めることは教育上の一つの理想であろう。数学者は当然、数学の思考を楽しんでいる。例えば、問題の表層には隠れている数理を見出すことで、当該の問題の本質をつき、エレガントな結果を導き出せたときなどは、数学者にとって無上の喜びであり、その楽しさゆえに、数学者はまた数学へと思考をめぐらす。そこが、数学とパズルの類似性だろう。

ただ、パズルが思考を引き出すといっても、その効力は無条件ではない。2節で挙げたように、アトラクティブ性を持つが故の足かせもあるだろう。パズルが引き出した思考を、言語活動、探究活動や概念形成といった教育上目指す状況へと、いかにつなげていくか、それがパズルと教育の接点を探るうえで重要な課題ではないかと思う。

【注】

- 1) 以下、「算数・数学教育」を短く「数学教育」と称する。
- 2) 数学教育学研究会編(2001)「算数教育の理論と実際」聖文新社 p.10.
- 3) 以下、ペンシルパズルと表記。
- 4) E.C.Wittmann(2000), 「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」(港三郎訳). 日本数学教育学会誌、第82巻、第12号, pp.30-41.
- 5) 鈴木牧子・重松敬一・日野圭子(2003)「本質的学習場に基づく教材の実践的研究」奈良教育大学紀要 第52巻第1, pp.71-83.
- 6) 崎谷眞也・川下孝幸(2004)「類似探求授業による構成主義の実践」日本数学教育学会 第37回数学教育論文発表会論文集, pp.757-758.
- 7) 崎谷眞也・川下孝幸・田中大介「類似探求授業に関する考察(Ⅰ)」全国数学教育学会誌『数学教育学研究』第11巻, 2005, p.90より。
- 8) 同上